Filozofski vestnik | Volume XLI | Number 2 | 2020 | 7–14

Jana Ndiaye Berankova, David Rabouin, Jelica Šumič Riha

Préface

Le rapport que la philosophie d'Alain Badiou entretient aux mathématiques est à la fois intime, simple dans sa formulation et complexe dans ses attendus. Intime, il l'est de nécessité, par la nature même de ce qu'est à ses yeux la philosophie. Pour Badiou, le discours philosophique n'est pas par lui-même producteur de vérités. Il se trouve, et s'est toujours trouvé, dans une situation de questionnement et de réflexion par rapport à d'autres discours où ces vérités se produisent et que Badiou nomme ses « conditions » : l'art, la politique, l'amour et les mathématiques.

À l'époque de *L'Être et l'événement*, le rapport à cette dernière condition se laissait résumer dans une formule simple et restée célèbre : « les mathématiques sont l'ontologie » (formule dont on verra qu'elle fut justement questionnée par son créateur au congrès de Prague dont ce recueil est issu). Les mathématiques nous livrent la structure ultime de ce qui est : « l'être en tant qu'être ». En conséquence, la philosophie doit accompagner cette doctrine de l'être dans ses évolutions. Elle doit notamment prendre acte de la forme radicalement nouvelle qu'elle a prise avec l'émergence de la théorie des ensembles et le retour de « l'infini actuel » dans l'œuvre de Georg Cantor. C'est vers cette théorie que s'est donc d'abord tourné Badiou, convaincu que la philosophie devait penser cette ontologie débarrassée de la figure séculaire du « Un » et donner libre cours à une pensée du « pur multiple » ou « multiple sans un ».

Cette nouvelle articulation du rapport entre mathématiques et philosophie conduisait également à un rapport nouveau à la question de la vérité. De fait, l'axiomatique complexifie le rapport interne des mathématiques à la vérité en montrant non seulement que plusieurs modèles de la théorie des ensembles sont possibles, mais qu'il n'y a pas moyen de décider lequel est le « bon ». Tel fut l'apport décisif de Paul Cohen inventant dans les années 1960 la technique du « forçage » (*forcing*) qui permettait ainsi de créer des modèles ensemblistes en forçant littéralement certains énoncés à être vrais. Pour Badiou, cela montrait que l'être est toujours débordé par des « événements » qui viennent trouer le savoir et où le Sujet se constitue dans une posture de fidélité à ces trouées événementielles. Ainsi, Badiou rejette l'idée que le concept de « vérité » désigne la correspondance entre un certain discours et une « réalité ». Pour lui, la « vérité » est nécessairement attachée à la production même de ce réel que recèle l'idée d'indécidable.

Il s'agit là du socle fondamental des thèses exposées dans *L'Être et l'événement*. Elles ouvraient à deux questions naturelles : ne pouvait-on envisager que les mathématiques continuent à se transformer d'une manière comparable au changement radical qui était advenu avec l'émergence de la théorie des ensembles ? C'est ce que semblait indiquer le développement de la théorie des catégories, née après-guerre, mais advenue surtout à partir des années 1960 dans les travaux de William Lawvere et Alexandre Grothendieck. Tel était d'ailleurs le ressort d'une possible objection contre le rêve d'une « ontologie intrinsèque » des mathématiques que fit valoir immédiatement Jean-Toussaint Desanti.[1] Les mathématiques changent et si le philosophe y indexe l'ontologie, il devrait réviser son système à chacun de ces changements. L'autre question naturelle portait sur la théorie des ensembles elle-même. Certes, les mécanismes de forcing inventés par Paul Cohen montraient que certains énoncés comme l'Hypothèse du continu ne sont pas décidables dans la théorie axiomatisée par Zermelo et Fraenkel (dite « ZFC » quand on y adjoint l'axiome du choix). Il semble donc vain de considérer que cette théorie a un modèle attendu et la vérité ne peut donc être de l'ordre d'une naïve correspondance. Mais ne pourrait-on envisager que ce phénomène ne soit pas intrinsèque, mais provienne d'un défaut de cette axiomatique particulière ? Une autre axiomatique ne pourrait-elle pas régler, au moins pour une part, cette indécidabilité ? Après tout, certaines théories mathématiques puissantes comme la géométrie analytique cartésienne sont, ainsi que l'a démontré Alfred Tarski, décidables. Même si nous savons depuis Gödel qu'une théorie au moins aussi puissante que l'arithmétique de Peano devra toujours être incomplète, on peut se poser la même question avec l'arithmétique de Peano et se demander si d'autres axiomatisations ne sont pas préférables ? Ceci donna lieu à tout un programme de recherche qui entendait compléter ZFC par

1 Jean-Toussaint Desanti, « Quelques remarques à propos de l'ontologie intrinsèque d'Alain Badiou », *Les Temps Modernes* 45 (526/1990), pp. 61–71.

l'ajout de nouveaux axiomes, revenant à la position de cardinaux très « grands » (*large cardinals*), sur l'existence desquels ZFC ne peut pas statuer par elle-même. Tel fut, sans surprise, le ressort des deux tomes suivants de l'entreprise de *L'Être et l'événement* : une confrontation serrée avec la théorie des catégories, sous l'égide de la notion de Topos, que Badiou proposa d'interpréter comme une phénoménologie appuyée sur le socle ontologique fourni par les ensembles (*Logiques des mondes*) ; puis une analyse fine des grands cardinaux et de la structure progressivement mise au jour grâce à eux de l'univers ensembliste, qui lui permit de repenser l'idée d'absolu (*V*, horizon inaccessible d'un « ensemble de tous les ensembles ») et de ses attributs (*L'Immanence des vérités*).

Au terme de ce parcours, il apparaît qu'un des fils directeurs de l'œuvre est indéniablement la question de l'infini – ou peut-être plus précisément *des* différentes formes de l'infini. C'est ce thème qui servit de motif au grand colloque organisé à Prague en avril 2018, dont ce recueil est issu. Réunis dans la majestueuse Galerie Nationale, à l'invitation du *Cercle Axiomatique de Prague* en 2018, mathématiciens, philosophes et historiens des mathématiques furent amenés à se prononcer sur la pensée de l'infini que propose Alain Badiou et, plus généralement, le rapport que sa philosophie entretient aux mathématiques.[2] À cette époque, rappelons-le, le troisième tome, *L'Immanence des vérités*, n'était pas encore paru, et seules quelques personnes avaient pu en parcourir le texte. Mais c'est une autre annonce qui électrisa la salle ce jour-là : prenant la parole pour conclure le colloque, Badiou expliqua en effet que la thèse qui avait agité tant de commentateurs, selon laquelle les mathématiques sont l'ontologie, était en fait de l'ordre du slogan et devait être finalement entendue *cum grano salis*. Nous reprenons le texte d'Alain Badiou en ouverture de ce volume, car il retrace précisément les différentes étapes de son parcours en clarifiant la manière dont philosophie et mathématiques y ont été articulés. Même si le slogan « les mathématiques sont l'ontologie » avait le mérite de frapper les esprits, il avait l'inconvénient, précise

[2] Le colloque « Alain Badiou : Penser l'infini » eut lieu du 11 au 12 avril 2018 à la Galerie Nationale de Prague (Veletržní Palác). Les intervenants furent : Charles Alunni, Alain Badiou, Burhanuddin Baki, Evelyne Barbin, Roland Bolz, Pierre Cartier, Oliver Feltham, René Guitart, Michael Hauser, Norma Hussey, Norman Madarasz, Jana Ndiaye Berankova, Nick Nesbitt, David Rabouin, Frank Ruda, Jelica Šumič Riha, Tzuchien Tho et Fernando Zalamea. Cet événement fut organisé en collaboration avec l'Institut philosophique de l'Académie des Sciences à Prague, l'Université Princeton, les éditions Suture, l'Institut français de Prague et l'Université Charles. Pour plus d'information : https://suturepress.com

Badiou, de laisser croire qu'un choix nécessairement philosophique, relatif à l'ontologie, pouvait émerger de la mathématique elle-même. Il entreprend donc de clarifier ce choix dans ses attendus et ses conséquences philosophiques, tout en le revendiquant comme tel (notamment par rapport à un autre modèle, offert par la théorie des catégories).

C'est de cette question du choix que part également l'article d'Oliver Feltham dans la section initiale de notre volume dont l'objectif est de placer l'œuvre de Badiou dans un contexte intellectuel plus général. Feltham se concentre sur une décision cruciale : celle d'une ontologie unique, plutôt que d'une pluralité d'ontologies. Il répond aux remarques critiques concernant le projet de Badiou soulignant les risques de la circularité dans le raisonnement qui élit la théorie de Zermelo-Fraenkel avec axiome du choix comme modèle pour l'ontologie. La modélisation de l'ontologie par ZFC, implique-t-elle de nier la pluralité des modèles ? La réponse de Feltham à cette question est un tour de force théâtral évoquant l'utilité d'une certaine « anatomie de l'échec ». Nick Nesbitt, dans sa contribution « Le Bolzano de Badiou » propose de combler une lacune importante dans la réception de l'œuvre de ce dernier : le lien entre l'ontologie mathématique et la pensée du mathématicien, logicien et philosophe pragois Bernard Bolzano. Nesbitt lit Bolzano comme un précurseur lointain de Badiou. Il trace les similarités et les divergences entre ces deux penseurs : la critique de l'idéalisme post-Kantien de Bolzano, sa défense de l'infini actuel contre l'infini qualitatif hégélien, sa conception des mathématiques comme langage adéquat de l'ontologie, son réalisme rationaliste et platonicien, son intérêt pour l'axiomatisation. Nesbitt remarque également qu'une étude attentive de la pensée de Bolzano pourrait ouvrir la voie à une véritable analyse structuraliste de ce que Marx décrivit comme « forme sociale ». Jelica Šumič Riha conclut cette série d'articles en comparant les recours d'Alain Badiou et de Jacques Lacan aux mathématiques et analysant la triangulation de la philosophie, de la psychanalyse et des mathématiques dans leurs œuvres. Pour Lacan, le mathème est situé à la jonction de la vérité et du savoir. Si les mathématiques représentent pour lui un modèle d'accès au réel de la structure, ce réel est saisi au sens de la rencontre d'un point d'impossible à écrire dans les termes de cette structure. Badiou remarque qu'un tel d'impossible – un réel non-mathématisable – est représentatif d'une position « archi-scientifique » que cherche le psychanalyste. Le philosophe, lui, préfère plutôt rester sous condition des vérités qui surgissent dans le domaine des mathématiques.

Une autre série d'articles s'attachent ensuite à questionner les décisions philosophiques qui sous-tendent au choix de la théorie des ensembles comme candidat pour exprimer l'ontologie. Deux stratégies sont proposées. La première, positive, que met en œuvre Michael Hauser, consiste à préciser la manière dont fonctionne la « condition » mathématique en spécifiant trois niveaux : celui de la philosophie proprement dite, qui opère à titre de méta-structure ou de méta-ontologie ; celui des mathématiques en tant que le philosophe y opère certains choix ; celui enfin de l'état donné des mathématiques dans leur ensemble. Hauser entreprend alors de montrer que cette structuration est reflétée dans l'ontologie ensembliste à partir du théorème d'Easton (qui établit en substance que, pour un cardinal infini donné, le cardinal du nombre de ses parties peut être choisi, sous certaines conditions minimales, parmi n'importe lequel de ses successeurs). L'espace du choix est donc ouvert de l'intérieur du second niveau (la théorie mathématique choisie par le philosophe comme socle ontologique) et commande une forme de circulation entre les trois niveaux. Une seconde stratégie d'approche, plus critique, consiste à questionner le choix de la théorie des ensembles comme modèle à partir d'autres théories du multiple concurrentes. Une première alternative est fournie par la méréologie (c'est-à-dire la théorie des touts et des parties). Roland Bolz argumente que c'est dans cette dernière que Badiou aurait dû chercher la théorie du « multiple pur », s'il voulait rester cohérent avec sa relecture de l'histoire de la philosophie. De fait, il est clair que les conceptions de « l'un et du multiple » qui se sont succédées depuis Platon et par rapport auxquelles se situe explicitement Badiou, se sont faites dans le cadre privilégié des rapports tout/partie. Bolz entend alors montrer que l'exigence d'une pensée du pur multiple « sans un » est parfaitement réalisée par certaines axiomatisations méréologiques contemporaines. Tzuchien Tho suit une stratégie similaire mais en questionnant plus directement la conceptualisation du comptage et de la mesure des infinis. Dans le cadre de la théorie des ensembles, en effet, un ensemble infini est défini par la propriété d'être équipotent à une de ses parties propres. En cela, la théorie de Cantor et Dedekind fait rupture avec les conceptions précédentes qui considéraient qu'il s'agissait là d'un paradoxe empêchant la possibilité même d'un infini actuel. Or des théories récentes, dites des « numérosités », ont montré qu'il est tout à fait possible de construire une théorie ensembliste de l'infini dans laquelle on préserve l'ancien axiome euclidien selon lequel « le tout est toujours plus grand que la partie ». Tho entreprend d'explorer les conséquences d'une telle possibilité au regard du choix fait par Badiou.

La troisième section de notre volume explore également une alternative au modèle ensembliste, mais fournie cette fois par une orientation que Badiou lui-même a thématisé comme telle dans *Logiques des mondes* : la théorie des catégories. Comme le rappelle Charles Alunni, la question porte ici sur l'articulation entre la lettre et le diagramme – ou, selon les termes qui guident l'exploration de René Guitart, entre le « dire » et le « voir ». Reprenant le parcours qui a conduit Badiou à faire de la théorie des catégories, et plus particulièrement de la théorie des topos, le ressort d'une phénoménologie, Alunni met en avant la dimension profondément géométrique et spatialisante qui gouverne cette orientation de pensée. Il y trouve le ressort d'un questionnement sur la manière dont une chose peut se trouver soustraite au réseau de relations qui la caractérise dans un monde. René Guitart s'installe également au lieu de la tension entre le « voir » et le « dire » pour indiquer comme on peut la faire jouer de l'intérieur de la théorie des catégories (plutôt qu'entre théorie des topos et théories des ensembles). Il propose pour cela sa propre construction à partir de la notion d'*intégrateur*, qui permet de retrouver les structures ensemblistes (notamment les cardinaux infinis) de l'intérieur du dispositif catégorique et de déployer sur cette base une pensée intrinsèque du déploiement de l'infini « en personne ». Poursuivant la question de l'articulation du « voir » et du « dire », David Rabouin revisite l'histoire de la théorie des ensembles elle-même à partir de la tension entre thématisation du nombre et thématisation de l'espace. On y voit, en effet, opérer un double rôle des ensembles selon qu'on les considère comme langage ou comme théorie. Ceci permet de poser la question de l'articulation entre langage et ontologie, mais aussi d'indiquer comment le couple ensemble/catégories peut être reproblématisé dans ce cadre. Finalement, Noman Madarasz revient sur le dispositif de *Logiques des mondes* et l'évolution qui fait passer du générique à ce que Badiou définit en termes catégoriques comme « corps » d'un sujet de vérité. Retraçant la construction de l'ouvrage, il s'interroge alors sur la manière dont elle entend se déployer comme « phénoménologie », là où semble mis en avant un programme d'inspiration plutôt « structuraliste ».

La dernière série d'articles de ce recueil porte sur les grands cardinaux et la théorie de l'absolu. Elle reprend les éléments nouveaux présentés par Badiou dans *L'Immanence des vérités*. Frank Ruda inaugure cette section en démontrant que la question à laquelle Badiou essaie de répondre dans cet ouvrage pourrait être reformulée ainsi : qu'est-ce qui rend une vérité vraiment vraie ? Réponse : son absoluité. *L'Immanence des vérités* déploie une stratégie argumentative dans laquelle, comme chez Hegel peut-être, l'absolu est auprès de nous dès le début. La catégorie de l'absolu se trouve au centre du nœud borroméen qui noue l'être, l'apparaître et les vérités – elle comble des lacunes qui apparaissent comme des effets de la construction conceptuelle de *L'Être et l'événement* et de *Logiques des mondes*. *L'Immanence des vérités* est donc avant tout une affirmation d'une liberté de la pensée, d'un choix entre le constructible et le générique.

Le choix et la liberté du mathématicien sont également au centre de l'attention de Jana Ndiaye Berankova qui remarque que le lien entre la philosophie et les mathématiques doit être pensé selon le raisonnement inductif et non pas déductif – à l'origine de ce lien se trouve la décision philosophique qui doit être ensuite vérifiée par la richesse de ses conséquences (mathématiques ou autres). Ndiaye Berankova présente la hiérarchie des infinis proosée dans *L'Immanence des vérités* et analyse ce livre à travers la perspective des écrits de Georg Cantor – notamment à travers la notion de « infinitum absolutum » et la distinction entre infini consistant et inconsistant présente dans sa correspondance avec Dedekind. Elle remarque que le fait de décrire l'univers V de toutes les multiplicités pensables comme un « lieu intelligible » est une manière de contourner le risque que cet absolu retombe dans le domaine de l'infini potentiel. *L'Immanence des vérités* est avant tout une tentative ambitieuse du renouvellement de la notion spinoziste des attributs de l'absolu.

Norma Hussey supplémente cette présentation de *L'Immanence des vérités* en évoquant les développements les plus récents dans les mathématiques des grands cardinaux, notamment les hypothèses présentées par le mathématicien Hugh W. Woodin. Elle évoque la perspective de l'univers et du multivers en mathématiques et remarque que la conjecture « V = L-ultime » de Hugh Woodin n'a pas forcément les mêmes conséquences que l'hypothèse traditionnelle de constructibilité « V = L ». Les concepts mathématiques présentés dans cet article vont certes au-delà de l'appareil mathématique utilisé par Badiou dans *L'Immanence des vérités*, mais Hussey reste convaincue qu'ils peuvent être intégrés dans le projet philosophique badiousien. Enfin, pour conclure, Fernando Zalamea récapitule la trajectoire conceptuelle des trois principales œuvres d'Alain Badiou. Il fait une remarque provocatrice en imaginant un quatrième volume fictif de *L'Être et l'événement* dédié à la notion des universaux dans la théorie des topoi de Grothendieck et la théorie homotopique des types. Par ailleurs, Zalamea retrace les perspectives et les points d'interrogations en comparant son projet aux catégories de Charles Sanders Peirce.

Au terme de ce parcours, ce volume offre ainsi un cheminement à travers l'ensemble de l'œuvre de Badiou, suivant le guide, parfois discrètement présent, parfois au tout devant de la scène, de l'infini. Nous espérons qu'il donnera au lecteur l'envie de s'y plonger, ou de s'y replonger. Mais surtout, d'en prolonger le geste dans d'autres pensées vives.