Blaise Pascal

DUH GEOMETRIJE

PREMISLEKI O GEOMETRIJI NASPLOH

1. del, ki zadeva duha geometrije oziroma resnično metodo[1]

Pri preučevanju resnice imamo lahko tri glavne smotre: prvega, da jo odkrijemo, ko jo iščemo, drugega, da jo dokažemo, ko jo posedujemo, in tretjega, da jo razmejimo od neresničnega, ko jo preiskujemo.

O prvem ne govorim: obravnavam zlasti drugega in le-ta obsega tretjega. Če namreč poznamo metodo dokazovanja resnice, bomo obenem obvladali tudi tisto metodo, s katero jo razmejujemo, saj bomo to, če je resnica natančno dokazana, uvideli že ob pretresanju tega, ali dokaz, ki ga podajamo, ustreza pravilom, ki jih poznamo.

Geometrija, ki se odlikuje na teh treh področjih, je razvila umetnost odkrivanja neznanih resnic; to umetnost imenuje analiza, o le-tej pa bi bilo po tolikih odličnih delih, ki so bila napisana, zaman razpravljati.

Sam namreč želim podati le umetnost dokazovanja in razjasnjevanja že najdenih resnic, tako da bo njihov dokaz neovrgljiv; v ta namen pa moram zgolj razložiti tisto metodo, po kateri se ravna geometrija; te umetnosti se namreč v celoti naučimo ob njenih primerih, čeprav ob njih ne podaja nikakršnega diskurza. Ker pa ta umetnost sestoji iz dveh glavnih stvari, prve, da dokaže vsako propozicijo posebej, druge, da razporedi vse propozicije v najboljšem redu, jo bom razdelil na dva razdelka, izmed katerih bo prvi vseboval pravila vodenja geometričnih, to se pravi metodičnih in popolnih demonstracij, drugi pa bo obsegal pravila geometričnega, to se pravi metodičnega in dovršenega reda: tako da bosta oba skupaj vsebovala vse, kar bo potrebno za vodenje sklepanja, da dokaže in razmeji resnice, ki jih nameravam podati v celoti.

---

[1] Naslov se v izvirniku glasi *Réflexions sur la géométrie en général (première partie concernant l'esprit de la géométrie ou la véritable méthode)*. (Vse opombe so prevajalčeve.)

RAZDELEK I

O metodi geometričnih, to se pravi metodičnih in popolnih demonstracij

Vodenje, ki se ga moramo držati, da bi demonstracije napravili prepričljive, lahko najbolje pojasnim tako, da razložim tisto vodenje, po katerem se ravna geometrija; tega pa ne morem napraviti v celoti, ne da bi poprej orisal neko še bolj izvrstno in dovršeno metodo, ki pa je ljudje nikoli ne bi mogli doseči: kar namreč sega preko geometrije, nas presega; in vendar je nujno spregovoriti tudi o tej metodi, čeprav ji je nemogoče slediti, še bolj nemogoče pa uspeti v eni in drugi.

To znanost sem v ta namen izbral prav zato, ker edina pozna resnična pravila sklepanja in — ne da bi se ustavljala ob pravilih silogizmov, ki so tako naravna, da jih ni moč prezreti — vztraja in gradi na resnični metodi vodenja sklepanja o vseh stvareh, ki je skoraj nihče ne pozna, ki pa jo je zelo koristno poznati, saj iz izkušnje vemo, da med enakovrednimi duhovi in v enakih okolnostih uspe in si pridobi povsem novo veljavo tisti, ki poseduje geometrijo.

To, kaj je demonstracija, hočem potemtakem pojasniti na primeru demonstracij geometrije, ki je med znanostmi o človeku *(les sciences humaines)* skorajda edina, ki proizvaja nezmotljive demonstracije, ker se pač edina ravna po resnični metodi, medtem ko so vse druge znanosti po neki naravni nujnosti zavezane nekakšni zmedi, ki jo znajo konec koncev prepoznati edino geometri.

Ta resnična metoda, ki bi tvorila nadvse odlične demonstracije, če bi jo bilo seveda moč doseči, bi bila sestavljena iz dveh glavnih stvari: prve, da ne bi uporabila nobenega izraza, katerega smisel ne bi bila poprej razločno razložila, druge, da ne bi nikoli postavila nobene propozicije, ki je ne bi bila poprej dokazala z že znanimi resnicami; to se pravi, da bi — z eno besedo — definirala vse izraze in dokazala vse propozicije. Da pa bi sam sledil redu, ki ga razlagam, moram pojasniti, kaj razumem z definicijo.

V geometriji priznavamo samo tiste definicije, ki jih logiki imenujejo nominalne definicije, to se pravi samo tista imena, pripisana stvarem, ki smo jih jasno označili s povsem znanimi izrazi; govorim namreč zgolj o teh definicijah.

Koristnost in uporabnost nominalnih definicij je v tem, da razjasnijo in okrajšajo diskurz tako, da s samim imenom, ki ga podamo, izrazijo tisto, kar bi bilo sicer moč povedati le z več izrazi,[2] tako da pripisano ime ostane brez vsakršnega drugega smisla, če ga seveda ima, in ima zgolj tisti smisel, ki mu ga namenimo. Vzemimo zgled nominalne definicije: če moramo pri številih razlikovati med tistimi, ki so deljiva na dva enaka dela, in tistimi, za katera to ne velja, tedaj — zato, da bi se izognili pogostnemu ponavljanju te zahteve — številu pripišemo ime na tale način: vsako število, ki je deljivo na dva enaka dela, imenujem parno število.

To je geometrična definicija: to pa zato, ker smo — potem ko smo jasno označili neko stvar, namreč vsako število, ki je deljivo na dva enaka dela — tej stvari pripisali ime, ki ga razbremenimo vsakega drugega smisla, če ga seveda ima, in mu namenimo smisel označene stvari.

---

[2] Prim. Galilejev premislek, ki ga ob slovitem paradoksu o skodeli razvije Salviati: »notate intanto che cosa sono le definizioni de i matematici, che sono una imposizion di nomi, o vogliam dire abbreviazioni di parlare, ordinate ed introdotte per levar lo stento tedioso che voi ed io sentiamo di presente per non aver convenuto insieme di chiamar, v. g., questa superficie, nastro circolare, e quel solido acutissimo della scodella rasoio rotondo«, *Discorsi e dimostrazioni matematiche intorno a due nuove scienze,* Galileo, *Opere,* ed. F. Brunetti, Torino 1980, vol. II, str. 598.

Iz tega je videti, da so definicije povsem arbitrarne in da jim nikoli ni moč oporekati; zakaj nič ni bolj dopustnega kot neki stvari, ki smo jo jasno označili, pripisati povsem poljubno ime. Treba je zgolj biti pozoren na to, da svobode, ki jo imamo pri dajanju imen, ne zlorabimo tako, da dvema različnima stvarema pripišemo isto ime.

Ne da kaj takega ne bi bilo dopustno, če le razlikujemo med konsekvencami in konsekvenc ene stvari ne prenesemo na konsekvence druge.

Če pa zapademo tej slabosti, se ji vselej lahko postavimo po robu z nekim nadvse gotovim in učinkovitim zdravilom; to je, da definicijo v duhu postavimo na mesto definirane stvari, da imamo torej definicijo vselej pred očmi do te mere, da vsakokrat, ko govorimo, denimo, o parnem številu, natanko vemo, da gre za število, ki je deljivo na dva enaka dela in da sta definicija in definirana stvar v mislih povezani in neločljivi do te mere, da brž ko v diskurzu izrazimo eno od obeh, duh le-tej nemudoma pritakne drugo.

Zakaj geometri in vsi tisti, ki postopajo metodično, stvarem pripisujejo imena zgolj zato, da bi okrajšali diskurz, in ne zato, da bi zožili ali kakorkoli spremenili predstavo o stvareh, o katerih razpravljajo. Trdijo namreč, da kratke izraze, ki jih uporabljajo edino zato, da bi se izognili zmedi, ki jo povzroča množtvo besed, duh vselej dopolni s celotno definicijo.

Ničesar namreč ni, kar bi zvijačne prevare sofistov odvračalo učinkoviteje in silneje kakor prav ta metoda, ki jo moramo imeti nenehno pred očmi in ki že sama zadošča za odpravo nevšečnosti in dvoumnosti vseh vrst.

Zdaj, ko so te stvari jasne, se vračam k razlagi resničnega reda, ki je — kot sem dejal — v tem, da definira in dokaže vse.

Ta metoda bi bila zagotovo sijajna, vendar pa je povsem nemožna: očitno je namreč, da bi prvi izrazi, ki bi jih hoteli definirati, predpostavljali neke predhodne izraze, na katere bi oprli njihovo razlago, in da bi prve propozicije, ki bi jih hoteli dokazati, prav tako predpostavljale neke druge, ki bi bile pred njimi; potemtakem je jasno, da prvih izrazov in prvih propozicij nikoli ne bi dosegli.

Zato ob napredovanju raziskave neizogibno naletimo na osnovne besede *(les mots primitifs)*, ki jih ni moč več definirati in na principe, ki so tako jasni, da za njihov dokaz ni moč več najti principov, ki bi bili še bolj jasni.

Iz tega je videti, da so ljudje zavezani neki naravni in nepreklicni nemoči, da bi lahko katerokoli znanost obravnavali v nekem povsem dovršenem redu.

Vendar pa se nam zaradi tega še ni treba odpovedati vsakršnemu redu.

Obstaja namreč nek red, to je red geometrije, ki je sicer manjvreden, to pa zato, ker je manj prepričljiv, in ne zato, ker bi bil manj gotov. Ta red ne definira in ne dokaže vsega — in prav v tem zaostaja za povsem dovršenim redom; predpostavlja pa zgolj stvari, ki so po naravnem umu *(la lumière naturelle)* jasne in nespremenljive — in prav zato je povsem resničen, saj ga tam, kjer je diskurz pomanjkljiv, vzdržuje narava. Ta red, najpopolnejši kar jih obvladajo ljudje, ni v tem, da definira oziroma dokaže vse, niti v tem, da ne definira oziroma ne dokaže ničesar, temveč v tem, da vztraja na sredi, da torej ne definira jasnih in vsem ljudem razumljivih stvari, pač pa da definira vse ostale; da ne dokazuje vseh ljudem znanih stvari, pač pa da dokaže vse ostale. Proti temu redu se pregrešijo tako tisti, ki poskušajo vse definirati in vse dokazati, kot tisti, ki tega ne storijo pri stvareh, ki niso razvidne same po sebi.

Prav tega reda se v celoti naučimo ob geometriji. Geometrija namreč ne definira nobene izmed naslednjih stvari: prostora, časa, gibanja, števila, enakosti, niti številnih podobnih, zakaj ti izrazi — vsem tistim, ki razumejo jezik — tako naravno označujejo stvari, katerih pomen izražajo, da bi njihovo razjasnjevanje več prispevalo k nejasnosti kot k razumevanju.

Zakaj nič ni bolj negotovega kot govoričenje tistih, ki poskušajo definirati te osnovne besede. Čemu pravzaprav sploh pojasnjevati, kaj razumemo z besedo *človek?* Mar ni vsem dobro znano, katera je tista stvar, ki jo označujemo s tem izrazom? In v čem naj bi bila domnevna prednost Platonove razlage, da je človek dvonogo bitje brez perja? Kot da predstava, ki jo imam po naravi o človeku, ki pa je ne znam izraziti, ne bi bila bolj jasna in bolj gotova od te, ki mi jo s svojo odvečno in celo smešno razlago ponuja Platon,[3] saj človek ne zgubi svoje človeškosti, če je ob nogi, kot je kopun ne pridobi, če je ob perje.

So pa tudi taki, ki gredo celo do tega nesmisla, da besedo razlagajo s samo besedo. Poznam nekoga, ki je svetlobo definiral takole: »Svetloba je svetlobno gibanje svetlih teles«;[4] kot da bi bilo besedi svetlobno in svetlo moč razumeti brez besede svetloba.

Ne moremo pa se lotiti definicije biti, ne da bi zašli v ta nesmisel: zakaj nobene besede ni moč definirati, ne da bi začeli z besedama *to je,* bodisi da ju izrečemo, bodisi da ju imamo zgolj v mislih. Da bi torej definirali bit, bi morali reči *to je* in potemtakem definirano besedo uporabiti v sami definiciji.

Iz tega je že razvidno, da obstajajo besede, ki jih ni moč definirati; in če narava te vrzeli ne bi zapolnila tako, da je vsem ljudem namenila enako predstavo, bi bilo naše celotno izražanje nejasno; tako pa te besede uporabljamo z enakim zaupanjem in enako gotovostjo, kot če bi bile razložene povsem nedvoumno: narava sama nam je namreč brez besed namenila neko razumevanje le-teh, ki je bolj jasno od tistega, ki si ga lahko z našimi razlagami pridobimo v umetnosti.

Da je definiranje nemogoče in odvečno, ne trdim zato, ker bi vsi ljudje imeli enako predstavo o bistvu stvari.

Čas, denimo, je izraz te vrste. Kdo bi ga sploh lahko definiral? In čemu se česa takega sploh lotevati, saj si vsi ljudje predstavljajo, na kaj merimo, ko govorimo o času? Kljub temu pa obstajajo precej različne domneve o bistvu časa. Nekateri pravijo, da je čas gibanje neke nastale stvari,[5] drugi, da predstavlja merilo gibanja.[6] Zato tudi ne trdim, da je narava teh stvari znana vsem: kar je znano vsem, je zgolj povezava med imenom in stvarjo; tako da ob izrazu *čas* vsi pomislijo na isto stvar: kar že zadošča za to, da tega izraza ni treba definirati, čeprav ta vtis — ob preučevanju tega, kaj je čas — zgubimo, brž ko se lotimo temeljitejšega preudarka; definicije so namreč primerne zgolj

[3] Platon, *Politik* 266e.

[4] Pascal ima v mislih častitega očeta Noela, ki je zapisal: »La cinquième est une preuve péremptoire du plein, puisque la lumière, ou plutôt l'illumination, est un mouvement luminaire des rayons, composés des corps lucides qui remplissent les corps transparents, et ne sont mus luminairement que par d'autres corps lucides . . .«, Pascal pa mu v pismu z dne 29. oktobra 1647 odgovarja z besedami: »La période qui précède vos dernières civilités, définit la lumière en ces termes: *La lumière est un mouvement luminaire de rayons composés de corps lucides, c'est-à-dire lumineux:* où j'ai à vous dire qu'il me semble qu'il faudrait avoir premièrement défini ce que c'est que *luminaire,* et ce que c'est que *corps lucide* ou *lumineux:* car jusque-là je ne puis entendre ce que c'est que lumière. Et comme nous n'employons jamais dans les définitions le terme du *défini,* j'aurais peine à m'accommoder à la vôtre, qui dit que la *lumière* est un mouvement *luminaire* des corps *lumineux.* Voilà, mon Père, quels sont mes sentiments . . .«, Pascal, *Oeuvres complètes,* ed. J. Chevailer, Pléiade, Gallimard, Paris 1954, str. 1441 in 377.

[5] Prim. Platon, *Timaj* 38c.

[6] Prim. Aristotel, *Fizika* 220a: »čas je število gibanja *(arithmòs kinéseos)* glede na preje in pozneje«.

za označevanje stvari, ki jih imenujemo, in ne zato, da bi razkrile njihovo naravo.

Ne da bi morda ne bilo dopustno gibanja neke nastale stvari imenovati čas, zakaj — kot sem pravkar dejal —, nič ni bolj arbitrarnega kot prav definicije.

Toda vsled te definicije bosta zdaj obstajali dve stvari z imenom čas: prva je tista, ki jo vsi naravno razumejo s to besedo in ki jo vsi, ki govorijo naš jezik, imenujejo s tem izrazom; druga pa bo gibanje neke nastale stvari, zakaj tudi gibanje nastale stvari bomo zdaj — v skladu z novo definicijo — imenovali čas.

Treba se bo potemtakem izogibati dvoumnostim in razlikovati med konsekvencami. Zakaj iz tega še ne bo sledilo, da je stvar, ki jo naravno razumemo z besedo čas, tudi dejansko gibanje neke nastale stvari. Ti dve stvari smo sicer lahko povsem svobodno enako poimenovali, vendar pa nimamo svobode, da bi ju po naravi uskladili tako kot po imenu.

Če torej izrečemo naslednjo trditev: »Čas je gibanje neke nastale stvari,« se moramo vprašati, kaj razumemo z besedo čas, to se pravi, ali ji puščamo njen utečeni in splošno sprejeti smisel, ali pa ji ga odvzemamo zato, da bi ji podelili smisel gibanja nastale stvari. Če jo namreč razbremenimo vsakega drugega smisla, tedaj temu ni moč oporekati, zakaj v tem primeru bomo imeli opraviti s povsem arbitrarno definicijo, zaradi katere pa bosta zdaj — kot sem dejal — obstajali dve stvari z istim imenom. Če pa besedi čas pustimo njen utečeni smisel in kljub temu trdimo, da je to, kar razumemo s to besedo, prav gibanje nastale stvari, tedaj je temu moč oporekati. To namreč ni več arbitrarna definicija, temveč propozicija, ki jo je treba šele dokazati, če ni razvidna že sama po sebi; v tem primeru pa bi ta propozicija predstavljala princip oziroma aksiom in nikakor ne definicije, zakaj iz te izjave pač ni razvidno, da beseda čas pomeni isto stvar kot gibanje neke nastale stvari; razvidno pa je, da je to domnevno gibanje istovetno s tistim, kar si zamišljamo z izrazom čas.

Če sam ne bi vedel, v kolikšni meri je neizogibno poznati te stvari do potankosti in kako pogosto v vsakdanjem pogovoru in v znanstvenih razpravah prihaja do zapletov, kot je ta, ki ga navajam kot zgled, se ob tem ne bi ustavljal. Toda iz izkušenj, ki jih imam o zapletih pri razpravljanju, se mi zdi, da glede duha jasnosti *(l'esprit de netteté)* — zaradi katerega pravzaprav pišem to razpravo bolj kot zaradi predmeta, ki ga v njej obravnavam — pač ni moč pretiravati.

Kajti koliko je takih, ki menijo, da so definirali čas, rekoč, da predstavlja merilo gibanja, in mu obenem vendarle pustili njegov utečeni smisel! Vendar so s tem postavili propozicijo, ne pa definicije. Koliko je takih, ki menijo, da so definirali gibanje, rekoč *motus nec simpliciter actus nec mera potentia est, sed actus entis in potentia?* In vendar, če besedi gibanje pustijo njen utečeni smisel, kot sicer to počnejo, tedaj to ni definicija, temveč propozicija; s tem, da ne razlikujejo med tistimi definicijami, ki jih imenujejo nominalne definicije in ki so dejansko arbitrarne, dopustne in geometrične, in definicijami, ki jih imenujejo realne definicije, ki pa nikakor niso arbitrarne, temveč so podvržene oporekanju, realne definicije postavljajo prav tako samovoljno kot nominalne; in ker — po neki arbitrarnosti, ki je ob realnih definicijah enako nedopustna, kot je dopustna ob nominalnih — vsakdo definira isto stvar po svoje, vso stvar v celoti zapletejo in se sami — ker pač opuščajo vsak red in zgubljajo jasni uvid — zgubijo in zaidejo v nerazrešljive zagate.

V te nerazrešljive zagate pa nikoli ne bomo zašli, če sledimo redu geometrije *(l'ordre de la géométrie)*. Ta razsodna znanost je namreč precej daleč od tega, da bi definirala osnovne besede, kot so prostor, čas, gibanje, enakost, večina, manjšanje, celota in druge, ki jih ljudje razumejo sami od sebe. Toda razen naštetih so vsi ostali izrazi, ki jih uporablja, definirani in razjasnjeni do te mere, da za razumevanje kateregakoli izmed njih ne potrebujemo slovarja; tako da so ti izrazi — z eno besedo — povsem razumljivi ali po naravnem umu ali pa po definicijah, ki jih podaja geometrija.

Tako se torej geometrija izogne vsem slabostim na katere je moč naleteti z ozirom na prvo točko, ki je v tem, da definira samo tiste stvari, ki jih je treba definirati. Enako ravna tudi z ozirom na drugo točko, ki je v tem, da dokaže tiste propozicije, ki niso razvidne same po sebi.

Ko je namreč dosegla prve znane resnice, se ob le-teh ustavi in terja, da jih sprejmemo, ker pač nimamo ničesar bolj jasnega, da bi jih dokazali; tako da so vse propozicije, ki jih postavi geometrija, v celoti dokazane ali z naravnim umom ali pa z dokazi.

Iz tega sledi, da ta znanost ne definira in ne dokaže vseh stvari edino zato, ker je to nemogoče. Ker pa nas narava oskrbi z vsem tistim, česar ta znanost ne nudi, njen red sicer ne prinaša neke nadčloveške popolnosti, odlikuje pa ga vsa tista popolnost, ki je ljudem dosegljiva. Zdelo se mi je umestno, da že na začetku te razprave podam tole...

Nemara bo zvenelo nenavadno, da geometrija ne more definirati nobene izmed stvari, ki predstavljajo njene glavne predmete: geometrija namreč ne more definirati ne gibanja, ne števil in ne prostora; vendar pa geometrija preudarja prav o teh treh stvareh in v skladu z raziskovanjem vsake izmed njih privzema naslednja tri različna imena: mehanika, aritmetika, geometrija; ob tem slednje pripada tako rodu kot vrsti.

Ne bomo pa presenečeni ob pripombi, da je v tej čudoviti znanosti, ki navezuje zgolj na najbolj enostavne stvari prav enostavnost tista lastnost, ki tem stvarem podeli status njenih predmetov in obenem onemogoča njihovo definicijo; tako da je izostanek definicije prej prednost kot pomanjkljivost, ker ne izhaja iz njihove nejasnosti, temveč nasprotno, iz njihove izjemne razvidnosti, ki je tolikšna, da ima vso gotovost demonstracij, čeprav nima njihove prepričljivosti. Geometrija potemtakem predpostavlja, da vemo kaj je tisto, kar razumemo z besedami: gibanje, število, prostor; ne da bi se po nepotrebnem zadrževala ob definiciji gibanja, števila in prostora, prodira v njihovo naravo in odkriva njihove čudovite lastnosti.

Gibanje, število in prostor, ki po besedah *Deus fecit omnia in pondere, in numero, et mensura*[7] zaobsegajo celotno vesolje, odlikuje neka vzajemna in nujna vez. Gibanja si namreč ne moremo predstavljati brez stvari, ki je v gibanju; ker pa je stvar, ki je v gibanju ena sama, ta enota predstavlja izvor vseh števil; in končno, ker je gibanje možno edino v prostoru, lahko uvidimo, da so te tri stvari vsebovane v prvi.

Še celo čas je vsebovan v njej: zakaj gibanje in čas sta vzajemno povezana; hitrost in počasnost, ki predstavljata zgolj razliki v gibanju, sta namreč s časom v nekem nujnem razmerju.

Potemtakem obstajajo lastnosti, ki so skupne vsem stvarem; spoznanje teh lastnosti pa ostri duha za dojetje še večjih čudes narave.

---

[7] *Modr* 11, 21.

Največje čudo narave predstavljata dve neskončnosti, ki ju srečamo pri vseh stvareh, tj. neskončna velikost in neskončna majhnost.

Naj je namreč neko gibanje še tako hitro, vselej si lahko zamislimo še hitrejše in pospešimo tudi slednje; in tako vselej v neskončnost, ne da bi kadarkoli dospeli do gibanja, ki bi bilo tako hitro, da ga ne bi mogli več pospešiti. In obratno, naj je neko gibanje še tako počasno, vselej ga lahko še upočasnimo, prav tako tudi slednjega; in tako naprej v neskončnost, ne da bi kadarkoli dospeli do tiste stopnje počasnosti, ki je ne bi mogli več upočasniti na neskončno mnogo drugih stopenj počasnosti, ne da bi obenem zapadli v mirovanje.

Naj je neko število še tako veliko, vselej si prav tako lahko zamislimo še večje in še eno, ki presega slednje; in tako naprej v neskončnost, ne da bi kadarkoli dospeli do števila, ki ga ne bi bilo moč več povečati. In obratno, naj je neko število — denimo ena stotina ali ena desettisočina — še tako majhno, vselej si lahko zamislimo še manjše; in tako vselej v neskončnost, ne da bi kadarkoli dospeli do ničle oziroma niča.

Naj je neki prostor še tako velik, vselej si prav tako lahko zamislimo še večji prostor in še en prostor, ki je še večji; in tako naprej v neskončnost, ne da bi kadarkoli dospeli do prostora, ki ga ne bi bilo moč več povečati. In obratno, naj je neki prostor še tako majhen, vselej si lahko zamislimo še manjši prostor in tako naprej v neskončnost, ne da bi kadarkoli dospeli do nedeljivega dela *(l'indivisible)*, ki ne bi imel nobene razsežnosti več.

Enako je s časom. Vselej si namreč lahko zamislimo daljši čas, ne da bi dospeli do najdaljšega, in krajši čas, ne da bi dospeli do hipa in do čistega niča trajanja.

To se pravi — z eno besedo — kakršnokoli je gibanje, število, kakršenkoli je prostor, čas, vselej obstaja neko hitrejše in neko počasnejše gibanje, neko večje in neko manjše število, nek večji in nek manjši prostor, nek daljši in nek krajši čas: tako da vse naštete stvari vztrajajo med ničem in neskončnostjo in so obenem ves čas neskončno oddaljene od obeh skrajnosti.

Vseh teh resnic ni moč dokazati in vendar prav te resnice predstavljajo osnove in principe geometrije. Ker pa vzrok njihove nedokazljivosti ni njihova nejasnost, temveč nasprotno njihova izjemna razvidnost, sam izostanek dokaza ne predstavlja pomanjkljivosti, temveč prej prednost.

Iz tega vidimo, da geometrija ne more definirati svojih predmetov ne dokazati svojih principov; to pa zaradi enega samega, a dobrodošlega razloga, da namreč tako predmete geometrije kot njene principe odlikuje izjemna naravna jasnost, ki razum prepričuje uspešneje kot diskurz.

Je sploh kaj bolj očitnega od resnice, da je namreč neko število, kakršnokoli pač je, moč vselej povečati, da ga je moč podvojiti, da je moč podvojiti hitrost nekega gibanja, da je prav tako moč podvojiti tudi prostor?

Lahko sploh kdo dvomi, da nekega števila, kakršnokoli pač je, ni moč razpoloviti, da ni moč razpoloviti tudi te polovice? Mar bi ta polovica že predstavljala nič? Kako bi tedaj ti polovici, ki bi predstavljali dve ničli, sploh lahko tvorili število?

Mar ni moč nekega gibanja — naj je še tako počasno — prav tako vselej upočasniti za polovico, tako da bo isti prostor premerilo v dvakratnem času, in to upočasnjeno gibanje še upočasniti? Mar bi bilo to že čisto mirovanje? Kako bi bilo namreč v tem primeru sploh mogoče, da bi ti polovici hitrosti, ki bi predstavljali dve mirovanji, tvorili začetno hitrost?

Mar ni moč potemtakem tudi nekega prostora — naj je še tako majhen — vselej razdeliti na dvoje in ti polovici spet na dvoje? In kako bi bilo sploh mogoče, da bi ti polovici, ki sta združeni tvorili prvo razsežnost, zdaj predstavljali dva nedeljiva dela brez vsake razsežnosti?

Človek ne poseduje nobenega naravnega spoznanja, ki bi gornjim spoznanjem predhajalo in jih prekašalo v jasnosti. Vendar pa se najdejo tudi duhovi — sicer nadvse odlični glede vseh ostalih stvari —, ki jih te neskončnosti odbijajo do te mere, da nanje nikakor ne morejo pristati.

Nikoli nisem poznal nikogar, ki bi mislil, da nekega prostora ni moč povečati. Naletel pa sem na posamezne sicer nadvse sposobne ljudi, ki so zatrjevali, da je prostor moč razdeliti na dva nedeljiva dela, pa naj to zveni še tako nesmiselno.

Prizadeval sem si, da bi dognal, v čem bi lahko tičal vzrok njihovega nerazumevanja in odkril, da obstaja en sam poglavitni vzrok, ki je v tem, da si enostavno ne znajo zamisliti neskončno deljivega kontinuuma, iz česar sklepajo, da kontinuum pač ni neskončno deljiv.

Človekova naravna bolezen je, da verjame, da mu je resnica dosegljiva neposredno — zato je vselej pripravljen zanikati vse, kar mu je nedoumljivo —, medtem ko dejansko naravno pozna le laž, za resnične pa ima lahko le tiste stvari, katerih nasprotje mu nastopi kot neresnično.

Prav zato moramo — ob vsaki nezamisljivi propoziciji — odložiti sodbo o njej in je nikakor ne smemo zanikati že zaradi njene nezamisljivosti, temveč preučiti njeno nasprotje; če bo to nasprotje očitno napačno, lahko trdno vztrajamo pri prvi propoziciji, naj je še tako nedoumljiva. Prenesimo to pravilo na predmet naše razprave.

Ni geometra, ki ne bi verjel, da je prostor neskončno deljiv. Brez tega principa pač ni moč biti geometer kot ni moč biti človek brez duše. In vendar ni geometra, ki bi to neskončno deljivost v celoti doumel; v to nezamisljivo resnico pa se lahko prepričamo edino na osnovi enega samega, a gotovo zadostnega razloga, da namreč zelo dobro razumemo, da je trditev, da bi ob deljenju prostora lahko dospeli do nekega nedeljivega dela, to se pravi dela, ki ne bi imel nikakršne razsežnosti več, pač napačna.

Je sploh kaj bolj nesmiselnega od trditve, da ob neprestanem deljenju kakega prostora vendarle dospemo do dela, katerega polovici sta nedeljivi in brez vsake razsežnosti, ter da tako ta dva niča razsežnosti skupaj tvorita neko razsežnost? Zakaj tiste, ki si delitev predstavljajo na ta način, bi želel vprašati, če si jasno zamišljajo, kako se dva nedeljiva dela stikata: če se namreč stikata v celoti, sta eno in sta tako oba skupaj nedeljiva; če pa se ne stikata v celoti in se torej stikata samo v enem delu, imata več delov ter potemtakem nista nedeljiva.

Če torej priznavajo, da je njihova propozicija enako nezamisljiva kot naša — kar navadno tudi priznajo, ko jih privijemo —, naj obenem uvidijo, da resničnosti teh stvari pač ne gre presojati po naši zmožnosti zamišljanja le-teh, saj je nujno gotovo, da je eno od obeh nasprotij resnično, čeprav sta obe nezamisljivi.

Te namišljene težave, ki se merijo zgolj ob naši nemoči, naj raje primerjajo z naslednjimi naravno razumljivimi in trdnimi resnicami: če bi bilo namreč res, da je prostor sestavljen iz nekega določenega končnega števila nedeljivih delov, bi iz tega kajpada sledilo, da bi eden izmed dveh kvadratov, to se pravi enakostraničnih pravokotnikov, ki bi bil dvakrat večji od drugega, vseboval tudi dvakrat večje število nedeljivih delov. Naj si torej ta nasledek dobro vtisnejo v spomin in se zatem urijo v sestavljanju točk v kvadrate vse dotlej, dokler jim ne bo uspelo sestaviti dveh kvadratov, izmed katerih bo eden vseboval dvakrat večje število točk kot drugi — brž ko jim bo to uspelo, se bodo morali vsi geometri tega sveta pač vdati. Če pa je kaj takega že po naravi nemogoče, če torej obstaja nekakšna nepresegljiva nemožnost, da bi lahko iz točk sestavili kvadrata, izmed katerih bi eden vseboval dvakrat večje število točk kot drugi — kot bi sam pokazal na tem mestu, če bi stvar zaslužila, da se ob njej ustavljamo —, naj iz tega pač potegnejo sklep.

Da bi jim pomagali iz težav v katere bodo zašli, ko si bodo poskusili zamisliti, da lahko nek prostor vsebuje neskončnost deljivih delov, to pa kljub dejstvu, da to neskončnost preletimo v zelo kratkem času, jih je treba opozoriti, da tako nesorazmernih stvari kot sta neskončnost deljivih delov in kratek čas, v katerem jih preletimo, pač ne gre primerjati. Naj raje primerjajo celoten prostor s celotnim časom, tj. neskončno število deljivih delov prostora z neskončnim številom hipov tega časa; na ta način bodo uvideli, da neskončnost deljivih delov preletimo v neskončnosti hipov, tj. majhen prostor v kratkem času — v tem pa že ni več najti tistega nesorazmerja, ki jih je tako osupnilo.

Navsezadnje, če se jim zdi trditev, da nek majhen prostor vsebuje prav toliko delov kot nek velik prostor, nenavadna, naj poskusijo razumeti, da so deli majhnega prostora tudi sorazmerno manjši; da bi se privadili na spoznanje te vrste, naj z majhno lečo pogledajo nebesni svod, in v vsakem delu leče bodo videli en del neba.

Če pa nikakor ne morejo doumeti, da je moč dele, ki so tako majhni, da uhajajo zaznavi, deliti na enak način kot nebesni svod, za to pač ni boljšega zdravila kot da jih pogledajo s povečevalnim steklom, ki to drobno točko poveča do velikanske gmote; tako si bodo zlahka zamislili, da bi bilo moč te dele s pomočjo neke še bolj umetelno brušene leče povečati celo do velikosti nebesnega svoda, katerega razsežnost občudujejo. Zdaj, ko so torej ti predmeti videti zlahka deljivi, pa naj si prikličejo v spomin, da zmore narava neskončno več kot umetnost.

Zakaj navsezadnje, kdo jim je zagotovil, da te leče kakorkoli spremenijo naravno velikost teh predmetov oziroma da vzpostavijo dejansko velikost, ki jo je spremenila in zožila oblika našega očesa, tako kot pomanjševalne leče?

Nadvse neprijetno je zgubljati čas s tovrstnimi malenkostmi, vendar se je občasno treba ubadati tudi z neumnostmi.

Duhovom, ki so jim te stvari razumljive zadošča, če rečemo, da dva niča razsežnosti pač ne moreta tvoriti razsežnosti. Ker pa so tudi taki duhovi, ki skušajo to spoznanje obiti sklicujoč se na ta čudežni ugovor, da lahko namreč dva niča razsežnosti vendarle tvorita razsežnost na enak način kot tudi dve enoti izmed katerih nobena ni število, ob združitvi tvorita število, jim je treba odvrniti, da bi lahko na povsem enak način ugovarjali, da tudi dvajset tisoč mož tvori armado, čeprav nobeden izmed njih ni armada, da tudi tisoč hiš tvori mesto, čeprav nobena izmed njih ni mesto, da tudi deli tvorijo celoto, čeprav nobeden izmed njih ni celota, ali — če naj ostanemo pri številčnih primerjavah —, da tudi dve dvojki tvorita štirico in deset desetic stotico, čeprav nobena dvojka ni štirica niti desetica stotica.

Vendar pa postopek te vrste, ko s tako neenakimi primerjavami zamenjujejo nespremenljivo naravo stvari z njihovimi arbitrarnimi in poljubnimi imeni, ki so odvisna zgolj od muhave narave ljudi, ki so jih sestavili, nikakor ne zrcali pravega duha. Jasno je namreč, da smo ime armada dali tisoč možem, ime mesto večjemu številu hiš, ime desetica desetim enotam prav z namenom, da bi poenostavili diskurz; jasno je, da se iz te arbitrarnosti porajajo imena kot so enota, dvojka, štirica, desetica, stotica, tj. imena, ki so sicer v naših očeh različna, čeprav te stvari po svoji nespremenljivi naravi dejansko pripadajo istemu rodu in so vse med sabo sorazmerne, se torej razlikujejo zgolj z ozirom na več ali manj — vendar pa zaradi teh imen dvojka še ni štirica, niti hiša ni mesto nič bolj kot mesto ni hiša. Pa vendar, čeprav hiša ni mesto, pa navzlic temu ni nič mesta; med ne biti neka stvar *(n'être pas une chose)* in biti njen nič *(en être un néant)* je namreč razlika.

Da bi namreč stvar temeljito razumeli moramo vedeti, da je edini razlog zaradi katerega enota ni uvrščena med števila, v naslednjem: ker so Evklid in prvi avtorji, ki so obravnavali aritmetiko, imeli opraviti z več lastnostmi, ki so ustrezale vsem številom razen enoti, so le-to — v skladu s svobodo, za katero smo že dejali, da jo imamo, da lahko definicije postavljamo po svoji volji — izključili iz pomena besede število enostavno zato, da bi se izognili ponavljanju, da je namreč neko določeno lastnost najti v vseh številih razen v enoti. Zato bi iz pomena besede število lahko prav tako izključili tudi dvojko in trojko oziroma karkoli, če bi le hoteli; izključimo lahko prav vse, s pogojem, da to jasno povemo. Kot lahko po drugi strani enoto in ulomke kadarkoli uvrstimo med števila, kar smo ob splošnih propozicijah tudi dejansko prisiljeni storiti, da bi se izognili vsakokratnemu ponavljanju, da je namreč neko določeno lastnost najti v vseh številih, tudi v enoti in ulomkih. Prav v tem nedefiniranem smislu sem enoto razumel v vsem kar sem o njej zapisal.

Toda sam Evklid, ki je enoti odrekel ime število, kar je sicer lahko povsem svobodno storil, je — zato, da bi pokazal, da enota vendarle ni nek nič števila, temveč da nasprotno pripada istemu rodu — homogene količine definiral z besedami: količini, pravi, pripadata istemu rodu tedaj, ko lahko ena izmed obeh, ko je večkrat pomnožena, preseže drugo. Ker pa enota tedaj, ko je večkrat pomnožena, kajpada lahko preseže katerokoli število, prav po svojem bistvu in po svoji nespremenljivi naravi pripada istemu rodu kot števila, to pa v smislu istega Evklida, ki ni hotel, da bi se imenovala število.

Kar pa ne velja za neki nedeljivi del z ozirom na razsežnost; nedeljiv del se namreč od razsežnosti ne razlikuje zgolj po imenu, ki je kajpada povsem poljubno, temveč se v skladu z definicijo homogenih količin razlikuje tudi po rodu, saj je — četudi poljubno mnogokrat pomnožen — tako zelo daleč od tega, da bi lahko presegel razsežnost, da lahko vselej tvori zgolj en sam nedeljivi del; kar je seveda naravno in nujno, kot je bilo že pokazano. Ker pa ta dokaz gradi na definiciji teh dveh stvari, tj. nedeljivega dela in razsežnosti, bomo to demonstracijo razvili in povzeli.

Nedeljivi del je tisto, kar nima nobenega dela, razsežnost pa tisto, kar ima več ločenih delov.

Gornjima definicijama dodajam naslednje: trdim namreč, da dva nedeljiva dela ob združitvi ne tvorita razsežnosti.

Ob združitvi se namreč nedeljiva dela stikata vsak v enem delu; torej dela, v katerih se nedeljiva dela stikata nista ločena, saj se v nasprotnem primeru pač ne bi stikala. Nedeljiva dela pa po svoji definiciji nimata nobenih drugih delov, kar pomeni, da nimata ločenih delov in potemtakem — v skladu z definicijo razsežnosti, ki vključuje ločitev delov — nista razsežnost.

Lahko bi pokazali, da iz istega razloga povsem enako velja za vse druge nedeljive dele, ki jih dodamo prvima dvema. Nedeljivi del torej — čeprav poljubno mnogokrat pomnožen — nikoli ne bo tvoril razsežnosti. Nedeljivi del potemtakem — v skladu z definicijo stvari istega rodu — ne pripada istemu rodu kot razsežnost.

Tako torej dokažemo, da nedeljivi deli ne pripadajo istemu rodu kot števila. Iz tega sledi, da dve enoti lahko tvorita število, ker pač pripadata rodu števil, da pa dva nedeljiva dela ne tvorita razsežnosti, ker kajpada ne pripadata istemu rodu.

Iz tega vidimo, kako neutemeljeno je vzporejanje razmerja med enoto in števili z razmerjem med nedeljivimi deli in razsežnostjo.

Če pa bi hoteli pri številih najti primerjavo, ki bi ustrezno zrcalila razmerje med nedeljivim delom in razsežnostjo, tedaj je to lahko le razmerje med ničlo in števili, zakaj ničla ne pripada istemu rodu kot števila, saj le-teh ob množenju ne more preseči: tako da je ničla resnični nedeljivi del števila kot je nedeljivi del resnična ničla razsežnosti. Podobno razmerje bomo našli med mirovanjem in gibanjem, med hipom in časom; mirovanje in hip sta namreč heterogena z ozirom na svoji količini, saj lahko ob neskončnem množenju — na enak način in iz istega razloga kot nedeljivi deli razsežnosti — vselej tvorita le nedeljiva dela. Potemtakem bomo med temi količinami našli neko popolno ujemanje: vse te količine so namreč neskončno deljive, ne da bi kadarkoli sovpadle s svojimi nedeljivimi deli, tako da vse vztrajajo na sredi med neskončnostjo in ničem.

V tem je torej to čudovito razmerje, ki ga je narava vzpostavila med temi stvarmi, in tisti čudežni neskončnosti, ki ju je postavila pred ljudi, ne zato, da bi si ju poskušali zamisliti, temveč z namenom, da bi ju občudovali; če naj ta premislek sklenem še z zadnjo pripombo, bi pristavil, da sta ti neskončnosti kljub dejstvu, da sta neskončno različni, vendarle vzajemno povezani, to pa tako, da spoznanje ene nujno vodi k spoznanju druge.

Tako pri številih, iz dejstva, da jih je moč povečati, neizogibno — in to nadvse jasno — sledi, da jih je vselej moč tudi pomanjšati: če lahko namreč neko število množimo denimo do 100 000, lahko vselej vzamemo tudi njegov stotisoči del tako, da ga delimo s številom s katerim smo ga množili; tako bo ob spremembi celega števila v ulomek vsak množitelj postal delitelj. Tako da neskončno množenje nujno vključuje tudi neskončno deljenje.

Enako razmerje med tema dvema neskončnostima lahko opazimo tudi v prostoru; to se pravi, da iz dejstva, da je nek prostor mogoče neskončno podaljšati sledi, da ga je moč tudi neskončno pomanjšati kot je razvidno iz naslednjega primera: če skozi lečo opazujemo ladjo, ki se neprestano oddaljuje v ravni črti je jasno, da se bo mesto na prosojnem telesu kjer označimo neko poljubno točko ladje ves čas dvigalo sorazmerno z oddaljevanjem ladje. Če se torej pot ladje razteza v neskončnost, se bo to mesto na prosojnem telesu neprestano dvigalo, in vendar ne bo nikoli sovpadlo s točko na katero pade vodoravni žarek, ki vodi od očesa k leči, tako da se bo tej točki ves čas približevalo, ne da bi kadarkoli sovpadlo z njo.[8] Tako iz neskončnosti razsežnosti

[8] Pascal se na tem mestu opira na zakon optike, ki ga je v petem razdelku *Dioptrike: Des images qui se forment sur le fond de l'oeil* formuliral Descartes (prim. Descartes, *Discours de la méthode* suivi d'extraits de la *Dioptrique*, Garnier-Flammarion, Paris 1966, str. 138—139), po katerem je razdalja med »ladjo« in »lečo« v obratnem sorazmerju z višino podobe na »prosojnem telesu«. Bolj ko se torej ladja oddaljuje in gre proti neskončnosti, bolj se višina sprevrnjene podobe manjša in gre proti nič, to se pravi proti »točki, na katero pade vodoravni

ladjine poti sledi nujna konsekvenca, namreč neskončna in neskončno majhna delitev tistega majhnega prostora, ki ostaja pod točko vodoravnega žarka.

Tisti, ki jih ta razlaga ne bo prepričala, tisti torej, ki bodo še naprej živeli v prepričanju, da prostor ni neskončno deljiv, ne morejo ničesar trditi glede geometričnih demonstracij; čeprav so lahko vsestransko razgledani, pa bodo v geometriji ostali neuki: prav lahko je namreč biti nadvse učen človek in slab geometer.

Tisti pa, ki bodo te resnice jasno doumeli, bodo lahko v tej dvojni neskončnosti, ki nas obdaja z vseh strani, občudovali veličino in moč narave ter se ob tem čudovitem premisleku — ko se bodo videli umeščene med neskončnostjo in ničem razsežnosti, med neskončnostjo in ničem števila, med neskončnostjo in ničem gibanja, med neskončnostjo in ničem časa — naučili spoznavati sami sebe. Na osnovi tega se bodo naučili ocenjevanja svoje prave vrednosti in tistega razmišljanja, ki velja več kot vsa ostala geometrija.

Čutil sem se dolžnega, da se lotim tega obsežnega preudarka v prid vsem tistim, ki te dvojne neskončnosti sicer ne razumejo pa jih je vanjo vendarle moč prepričati. In čeprav je bržčas mnogo takih, ki so dovolj razumni, da bi to dvojno neskončnost lahko doumeli tudi brez tega preudarka, se vendarle lahko primeri, da ta razprava, ki bo nujno potrebna za nekatere, ne bo povsem nekoristna za druge.

Prevedel Miran Božovič

žarek, ne da bi kadarkoli sovpadla z njo«. Ta Pascalov primer skoraj dobesedno povzema *Logika Port-Royala*, prim. Arnauld in Nicole, *La logique ou l'art de penser*, Flammarion, Paris 1970, str. 365—366.